

大学院教育支援機構 企業寄附奨学制度（DDD） 報告書

氏名	吉村 太志
研究科・専攻	工学研究科電気工学専攻
修士/博士・学年	修士 1 年
支援企業名	京都製作所

奨学金を得て行った研究の成果

本奨学金を得て行った研究は「半陽的微分代数方程式で表される系への拡張動的モード分解の適用に関する検討」という研究である。本研究で得られた成果を[1]として本年 5 月に国内学会で発表予定である。

● イントロダクション

動的モード分解（Dynamic Mode Decomposition; 以下 DMD と略称する）とは、非線形力学系に対するクープマン作用素のスペクトル的性質をデータから抽出するための方法論の総称である[2]。DMD は、複雑な振る舞いを示す時系列データのモデリング技法として、電力工学、ロボティクス、モーションコントロール、制御技術などにおいて注目を集めている[2]。具体的に DMD は、時系列データより、クープマン作用素の固有値・固有関数[3]、およびクープマンモード[4]を推定する。特に DMD の多くのアルゴリズムの中で、拡張 DMD（Extended DMD; EDMD）[5]は固有関数を推定するために基底関数を活用することを最初に提案したアルゴリズムであり、追従する多くの研究結果が報告されている(例えば [6])。本研究では、微分代数方程式（Differential-Algebraic Equation; DAE）の半陽的形式で記述されるシステムを対象とした EDMD の適用を検討する。半陽的 DAE とは次の形式で与えられる。

$$\frac{dx}{dt} = F(x, y), \quad 0 = G(x, y) \quad (1)$$

ここで、 $x \in \mathbb{R}^n$ と $y \in \mathbb{R}^m$ は従属変数、 $F: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ および $G: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ は非線形のベクトル値関数である。DAE で記述される非線形システムについて数学的解析、制御理論、工学、計算科学などに関わる多様な研究がある(例えば[7][8])。先行研究[9]の理論に続く数値計算として、本研究では、DAE で記述されるシステムに対するクープマン固有関数の推定のための EDMD の適用について、簡素なシステムを用いて数値的に検討した。具体的には、クープマン固有値、クープマン固有関数、およびクープマンモードを推定するために、EDMD は基底関数の線形結合としてクープマン固有関数を近似する。基底関数の選択は、クープマン作用素のスペクトル推定精度に影響を及ぼす重要な要素である。

● 半陽的 DAE への EDMD の適用

本研究では、半陽的 DAE に着目し、陰関数定理[10]から存在を保證される $G(x, \omega(x)) = 0$ を満たす関数 $y = \omega(x)$ に基づいた基底関数を導入する。これにより、エネルギー保存などの物理的拘束条件を考慮した適切な基底関数を構成できる。具体的には、次の関数を基底関数として選択する。

$$x_i, \omega_j(x), \frac{\partial \omega_j}{\partial x_i}(x)$$

ここで、 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ および $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ である。この選択の理由は次の 3 点である。

1. テーラー展開に基づき、の近似展開においての寄与が確認されるため、非線形項の情報を含めることで精度向上が期待できる。
2. 陰関数定理に基づくヤコビ行列の表現を用いることで、DAE の代数制約を適切に反映できる。
3. y は半陽的 DAE の数値積分により時系列として利用できる。 $y = \omega(x)$ の利用には $\omega(x)$ の数式表現を必要としない。この点は時系列データからの推定に親和的である。本報告では、EDMD の性能を、次の DAE を用いて数値的に検証する。

[1]においては以上のアイデアの推定精度向上への寄与を数値例により示している。

終わりに

本研究では、数式モデルの特性を反映した基底関数の選択が精度向上に寄与する可能性があることをしました。時系列データに対する基底関数の推定精度を向上させることも今後の重要な研究課題であり、これによりモデルの適用範囲を拡大できると考えている。加えて、提案した基底関数の選択の有効性を検証するために、特に高次元の DAE によりモデル化される電力システムに対してその有効性を評価することが重要である。本研究の成果をこれらの分野へ応用することで、さらなる発展が期待される。

● **参考文献**

- [1] 吉村太志, 薄良彦, 半陽的微分代数方程式で表される系への拡張動的モード分解の適用に関する一検討, システム制御情報学会 研究発表講演, 2025 年 5 月 25 日 (日) -27 日 (火) . (発表予定)
- [2] Kutz, J. N., Brunton, S. L., Brunton, B. W., & Proctor, J. L. (2016). Dynamic mode decomposition: Data-driven modeling of complex systems. SIAM.
- [3] Mauroy, A., Mezić, I., & Susuki, Y. (2020). The Koopman operator in systems and control: Concepts, methodologies, and applications. Lecture Notes in Control and Information Sciences, 484, Springer Nature.
- [4] Rowley, C. W., Mezić, I., Bagheri, S., Schlatter, P., & Henningson, D. S. (2009). Spectral analysis of nonlinear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 641, 115–127.
- [5] Williams, M. O., Kevrekidis, I. G., & Rowley, C. W. (2015). A data-driven approximation of the Koopman operator: Extending dynamic mode decomposition. *Journal of Nonlinear Science*, 25(2), 1307–1346.
- [6] Netto, M., Susuki, Y., Krishnan, V., & Zhang, Y.-C. (2021). On analytical construction of observable functions in extended dynamic mode decomposition for nonlinear estimation and prediction. *IEEE Control Systems Letters*, 5(6), 1868–1873.
- [7] Groß, T., Trenna, S., & Wirsén, A. (2016). Solvability and stability of a power system DAE model. Preprint submitted to Elsevier, FB Mathematik, TU Kaiserslautern, Germany; Fraunhofer ITWM, Kaiserslautern, Germany.
- [8] Sauer, P. W., & Pai, M. A. (1997). Power system dynamics and stability. University of Illinois at Urbana-Champaign, Department of Electrical and Computer Engineering.
- [9] Krantz, S. G., & Parks, H. R. (2013). The implicit function theorem: History, theory, and applications. Birkhäuser.

[10] Susuki, Y. (2021). On Koopman operator framework for semi-explicit differential-algebraic equations. IFAC-PapersOnLine, 54(14), 341-345.

産学協同の取組における成果

産学協同の一環として、①施設見学会と②ランチ交流会を実施した。

① 施設見学会

採択者（約 8 名）とともに工場見学（本社工場、榎島工場、京ばあむアトリエ）および京大 OB との座談会を行った。本社工場では、食品・サニタリー用品・医薬品・電子機器などの生産設備を見学し、京都製作所の技術力の高さを実感した。製品を適切な方向に高速で整列・梱包する技術には高度な制御と精密な設計が求められており、強い印象を受けた。特に、目にも留まらぬスピードで次々と梱包されていく様子は圧巻であり、エンジニアリングの魅力を直感的に感じる事ができた。榎島工場では、飲料用高速包装機械の生産設備を見学した。梱包の際にラベルの空気抵抗まで考慮するなど、細部にわたる工夫が施されていることに驚いた。京ばあむアトリエでは、実際の製品梱包の工程を見学し、食品製造の現場について理解を深めた。また、京大 OB との座談会では、機械メーカーにおける理系出身者の具体的な業務内容を伺い、これまであまり知らなかった業界の実情を学ぶことができた。さらに、他の奨学生の研究発表を聞く機会も得た。通常の研究室内の発表とは異なり、全く異なる分野の研究に触れることができ、自身の興味の幅が広がったと感じた。

② ランチ交流会

採択者を含む学生とのランチ交流会が開催され、製品紹介・交流・京大 OB との座談会が行われた。施設見学会から時間が空いたことで、当時の印象を改めて振り返る良い機会となり、エンジニアとしての仕事に対する興味が再び強くなった。また、京都製作所の方々が場を盛り上げてくださり、参加者同士がよりコミュニケーションを取りやすい雰囲気を作ってくくださった。その結果、研究やキャリアについて活発に意見を交換でき、互いの理解を深めることができた。

今後の展望

今後は学会発表や論文投稿を積極的に行い、得られた成果を広く発信していく予定である。特に、電力システムや通信工学などの分野への応用可能性を探求し、実用的な知見を提供できるよう努めたい。

最後に、本研究を支援してくださった京都製作所の皆様に深く感謝申し上げます。ご支援のおかげで研究を進めることができ、貴重な経験を得ることができた。今後も引き続き精進し、社会に貢献できる研究を目指して取り組んでいきたい。